

TEMA 2

Introducción a la Mecánica Cuántica.

Necesitamos una nueva forma de describir la naturaleza para estudiar esta naturaleza dual.

Esta nueva forma será la ecuación de Schrödinger que es del tipo de la ecuación de ondas de la Física Clásica. Describe la evolución en el tiempo de la onda de materia.

Vamos a "deducir" la ec. de Schrödinger aunque en realidad se postula.

Sistema físico (partícula, electrón) Asociamos $\Psi(x,t)$ Podemos pensar que se puede asemejar al tipo de las ecs. de onda.

Sea $f(x,t) \in \mathbb{R}$ (Ejemplo: separación de una mola de su punto de equilibrio)

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \quad \left(\text{forma con la que se propaga una perturbación en un campo unidimensional} \right)$$

v es independiente de λ y v que es la velocidad de propagación en el medio

f_1, f_2 solución $\Rightarrow \lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2$ es solución (ecuación lineal)

$$f \neq f(x,t) \text{ mezclados } x \text{ y } t \text{ sino } f = f(\underbrace{kx - \omega t}_{\sigma = \text{fase}}) \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega = 2\pi\nu \\ k = \frac{2\pi}{\lambda} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \nu = \frac{\omega}{k} = \lambda \nu \end{array} \right.$$

$$\leadsto \quad k^2 \frac{d^2 f}{d\sigma^2} = \frac{1}{v^2} \omega^2 \frac{d^2 f}{d\sigma^2}$$

Además queremos que la ec. sea compatible con los principios de la Física:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k \quad E = h\nu = \hbar \omega \quad \Rightarrow \quad E = \frac{p^2}{2m} \quad (\text{partícula libre no relativista})$$

(Schrödinger intenta con la relativista $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$ pero introduce soluciones con $E < 0$).

De aquí sacaremos:

$$\boxed{\omega = \frac{\hbar k^2}{2m}} \quad \begin{array}{l} \text{RELACIÓN DE} \\ \text{DISPERSIÓN} \end{array}$$

Típicamente las ondas de la Física Clásica son de la forma $\sin(kx - \omega t)$. Partamos de ahí:

$$\frac{\partial^2 \sin \sigma}{\partial x^2} = -k^2 \sin \sigma$$

$$\frac{\partial^2 \sin \sigma}{\partial t^2} = -\omega^2 \sin \sigma$$

sinusoidal
ampliar la
relación de dispersión

Proponemos una solución así:

$$\sin(kx - \omega t) + \gamma \cos(kx - \omega t)$$